

INDUTÂNCIA E CIRCUITOS MAGNÉTICOS NÃO LINEARES

1) Considere um circuito magnético fechado com secção de ferro de 5 cm^2 e comprimento de 30 cm em torno do qual se encontra uma bobina de 200 espiras perfeitamente ajustada e percorrida por uma corrente de 10 A. Assume a closed magnetic circuit with iron core. It has section of 5 cm^2 , length of 30 cm and 200 turns perfectly adjusted to the core. The coil current is of 10 A.

a) Calcule o fluxo no núcleo e identifique se este se encontra saturado.

Find the magnetic flux in the core and identify whether it is saturated.

b) Sabendo que foi introduzido um entre-ferro recalcule o fluxo e identifique o estado de saturação do ferro para as seguintes condições:

Knowing that was introduced an air-gap recalculates de magnetic flux and identifies the state of saturation of the iron core for the following conditions:

1) entre-ferro de 1 mm; air-gap of 1 mm;

2) entre-ferro de 3 mm; air-gap of 3 mm;

a) Resolução:

$$R = \frac{l}{\mu A}$$

$$R\phi = NI$$

$$\frac{l}{\mu A} \phi = NI$$

$$\frac{l}{\frac{B}{H} A} \phi = NI$$

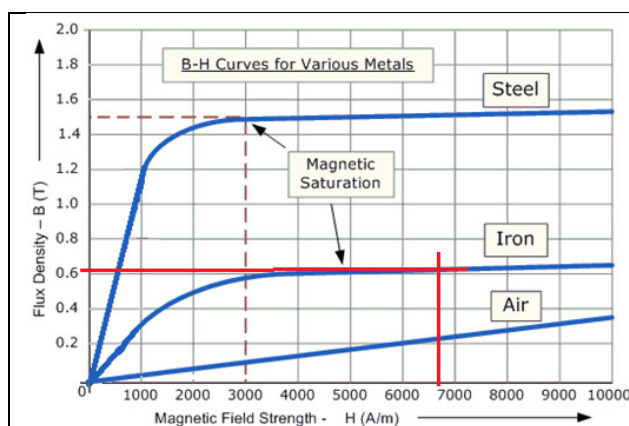
$$\frac{l}{\frac{\phi}{H}} \phi = NI$$

$$Hl = NI$$

$$H \times 0.3 = 200 \times 10$$

$$H = 200 \times 10 / 0.3$$

$$H = 6667 \text{ A/m}$$



$$H = 6667 \text{ A/m} \Rightarrow B = 0.6 \text{ T}$$

$$\phi = BA$$

$$\phi = 0.6 \times 5 \times 10^{-4}$$

$$\phi = 3 \text{ mWb}$$

Resposta a) O ferro está saturado, $\phi = 3 \text{ mWb}$

b) Resolução:

$$R\phi + R_g\phi = NI \qquad \frac{l-g}{\mu A}\phi + \frac{g}{\mu_0 A}\phi = NI \qquad \frac{l-g}{(B/H)A}BA + \frac{g}{\mu_0 A}BA = NI$$

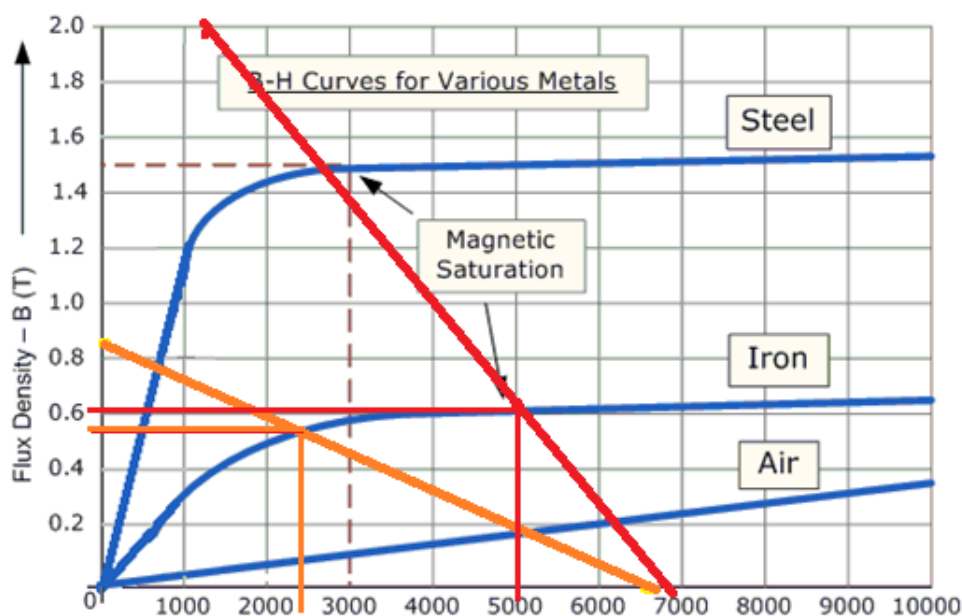
$$(l-g)H + \frac{g}{\mu_0}B = NI \qquad (0.3-g)H + \frac{g}{1.257 \times 10^{-6}}B = 200 \times 10$$

Para $g = 1 \text{ mm}$

$$(0.3 - 1 \times 10^{-3})H + \frac{1 \times 10^{-3}}{1.257 \times 10^{-6}}B = 200 \times 10 \qquad 0.299H + 796B = 2000 \Rightarrow \begin{cases} B = 2 \Rightarrow H = 1365 \\ H = 5000 \Rightarrow B = 0.63 \end{cases}$$

Para $g = 3 \text{ mm}$

$$(0.3 - 3 \times 10^{-3})H + \frac{3 \times 10^{-3}}{1.257 \times 10^{-6}}B = 200 \times 10 \qquad 0.297H + 2387B = 2000 \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \Rightarrow H = 6734 \\ H = 0 \Rightarrow B = 0.84 \end{cases}$$



Para $g = 1 \text{ mm}$
 $\begin{cases} B = 0.6 \text{ T} \\ H = 5000 \text{ A/m} \end{cases}$

Para $g = 3 \text{ mm}$
 $\begin{cases} B = 0.53 \text{ T} \\ H = 2400 \text{ A/m} \end{cases}$

Resposta:

Para $g=1\text{mm}$ o ferro está saturado, para $g=3\text{mm}$ o ferro está a entrar na zona de saturação.

2) Considere o circuito magnético de aço apresentado ao lado. O enrolamento está perfeitamente ajustado ao núcleo. Assume the steel magnetic circuit at the right. The coil is perfectly adjusted to the core.

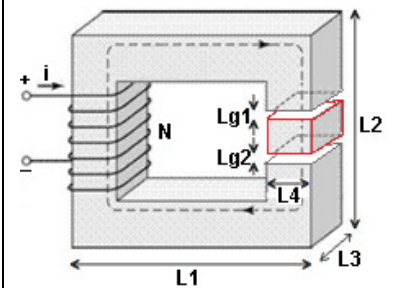
a) Calcule o campo magnético, a densidade de fluxo e o fluxo no interior do enrolamento. Find the magnetic field, the magnetic flux density and the magnetic flux in the core.

b) Calcule a força nas faces de cada um dos entre-ferros. Find the force in the faces of the two air-gaps.

c) Qual é o ponto de funcionamento se os entre-ferros forem substituídos por um único de 3 mm. What is the magnetic circuit its point of operation if the two air-gaps are replaced by one air-gap of 3 mm.

d) Calcule a indutância aos terminais do enrolamento nas condições dadas. Find the inductance at the operation conditions.

e) Calcule a indutância aos terminais do enrolamento para corrente nula (funcionamento linear). Calculate the inductance for null current (linear operation).



$$\begin{aligned} L_1 &= 20 \text{ cm} & L_2 &= 15 \text{ cm} \\ L_3 &= 4 \text{ cm} & L_4 &= 3 \text{ cm} \\ L_{g1} &= 2 \text{ mm} & L_{g2} &= 1 \text{ mm} \\ N &= 500 & I &= 15 \text{ A} \end{aligned}$$

a)

$$R = \frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} \quad R_g = \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4} \quad NI = (R + R_g) \phi$$

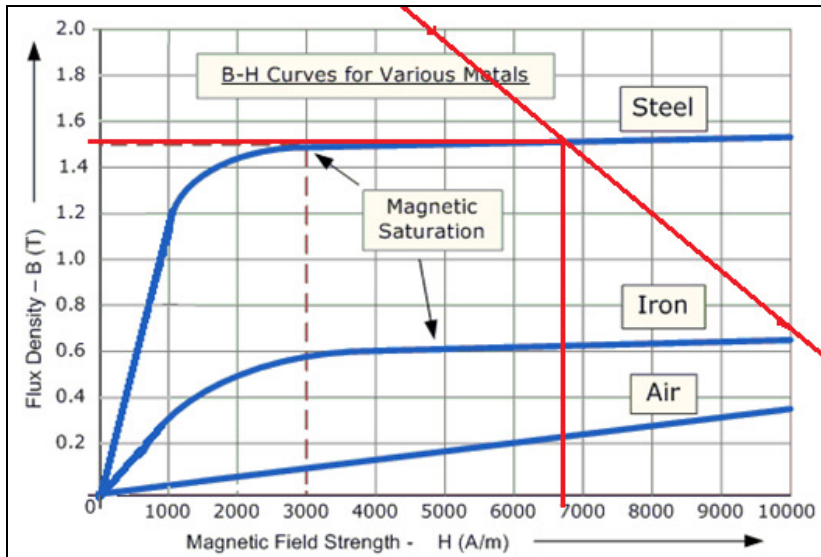
$$NI = \left(\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4} \right) B L_3 L_4$$

$$NI = \left(\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\frac{B}{H} L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4} \right) B L_3 L_4$$

$$NI = (2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})) H + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0} B$$

$$500 \times 15 = \left(2(20 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2}) + 2(15 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2}) - (2 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-3}) \right) H + \frac{2 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-3}}{1.257 \times 10^{-6}} B$$

$$7500 = 0.577H + 2387B$$



$$\begin{cases} B = 2 \Rightarrow H = 4724 \\ H = 10000 \Rightarrow B = 0.72 \end{cases}$$

Por leitura no gráfico:

$$\begin{cases} B = 1.5 \text{ T} \\ H = 6700 \text{ A/m} \end{cases}$$

$$\phi = BA$$

$$\phi = BL_3L_4$$

$$\phi = 1.5 \times 4 \times 3 \times 10^{-4}$$

$$\phi = 1.8 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Resposta: $H=6700$ A/m; $B=1.5$ T e $\Phi=1.8$ mWb

b)

$$F = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} S$$

$$F = \frac{1}{2} \times \frac{1.5^2}{1.257 \times 10^{-6}} 3 \times 4 \times 10^{-4}$$

$$F = 1074 \text{ N}$$

Resposta $F = 1074 \text{ N}$ de atracção entre as faces.

c)

Resposta: é o mesmo que o encontrado na alínea a)

d)

$$L = N \frac{\phi}{I}$$

$$L = 500 \frac{1.8}{15}$$

$$L = 60 \text{ mH}$$

e)

da linha a) tem-se:

$$NI = \left(\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4} \right) B L_3 L_4$$

$$\phi = \frac{NI}{\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4}}$$

$$\text{como } L = N \frac{\phi}{I}$$

$$L = N \frac{\frac{NI}{\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4}}}{I}$$

$$L = \frac{N^2}{\frac{2(L_1 - L_4) + 2(L_2 - L_4) - (l_{g1} + l_{g2})}{\mu L_3 L_4} + \frac{l_{g1} + l_{g2}}{\mu_0 L_3 L_4}}$$

$$L = \frac{500^2}{\frac{2(20 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2}) + 2(15 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2}) - (3 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-3})}{\mu 4 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} + \frac{2 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-3}}{\mu_0 4 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}}}$$

$$L = \frac{500^2}{\frac{481}{\mu} + \frac{2.5}{\mu_0}} \text{ como na zona linear para o aço o gráfico da curva de magnetização indica } u=1.2/1000 \text{ tem-se:}$$

$$L = \frac{500^2}{\frac{481}{1.2/1000} + \frac{2.5}{1.257 \times 10^{-6}}} \cong 105 \text{ mH}$$

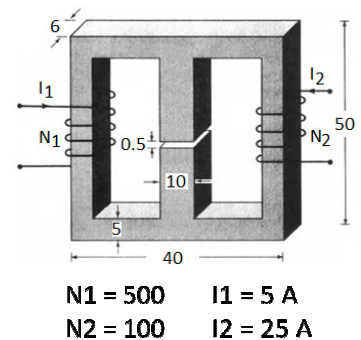
Resposta: L=105 mH

3) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Os enrolamentos estão perfeitamente ajustados ao núcleo de aço. Assume the magnetic circuit at the right. The coil is perfectly adjusted to the core. The material of the core is steel.

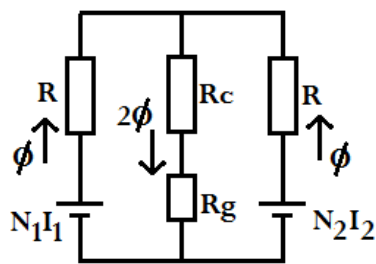
a) Calcule o campo magnético, a densidade de fluxo e o fluxo no aço da coluna central e no entre-ferro. Find the magnetic field, the magnetic flux density and the magnetic flux in the central column core and in the air-gap.

b) Calcule a força nas faces do entre-ferro. Find the force in the faces of the air-gap.

c) Qual o tamanho do entre-ferro para que o campo magnético passe para metade. What is the new air-gap to reduce the magnetic field in 50%.



a)



$$NI = R\phi + 2R_c\phi + 2R_g\phi$$

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 = NI = 2500$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 2 A} = \frac{l_g}{\mu_0 10 \times 10^{-2} 6 \times 10^{-2}} = \frac{l_g}{\mu_0 60 \times 10^{-4}}$$

$$R_c = \frac{50 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2} - l_g}{\mu 2 A} = \frac{45 \times 10^{-2} - l_g}{\mu 2 A}$$

$$R = \frac{(50 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2}) + (40 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2})}{\mu A} = \frac{80 \times 10^{-2}}{\mu A}$$

$$2500 = \frac{80 \times 10^{-2}}{\mu A} \phi + 2 \frac{45 \times 10^{-2} - l_g}{\mu 2 A} \phi + 2 \frac{l_g}{\mu_0 2 A} \phi$$

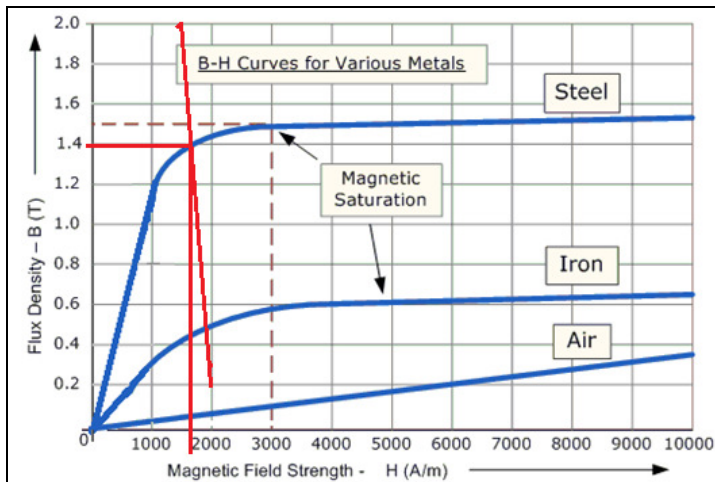
$$2500 = \frac{80 \times 10^{-2}}{\mu A} BA + 2 \frac{45 \times 10^{-2} - l_g}{\mu 2 A} BA + 2 \frac{l_g}{\mu_0 2 A} BA$$

$$2500 = \frac{80 \times 10^{-2}}{B/H} B + \frac{45 \times 10^{-2} - l_g}{B/H} B + \frac{l_g}{\mu_0} B$$

$$2500 = 80 \times 10^{-2} H + (45 \times 10^{-2} - l_g) H + 796 \times 10^3 l_g B$$

$$2500 = (125 \times 10^{-2} - l_g) H + 796 \times 10^3 l_g B \quad \text{para } l_g = 0.5 \text{ mm vem:}$$

$$2500 = (125 \times 10^{-2} - 0.5 \times 10^{-3}) H + 796 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} B \quad 2500 = 1.2 H + 399 B$$

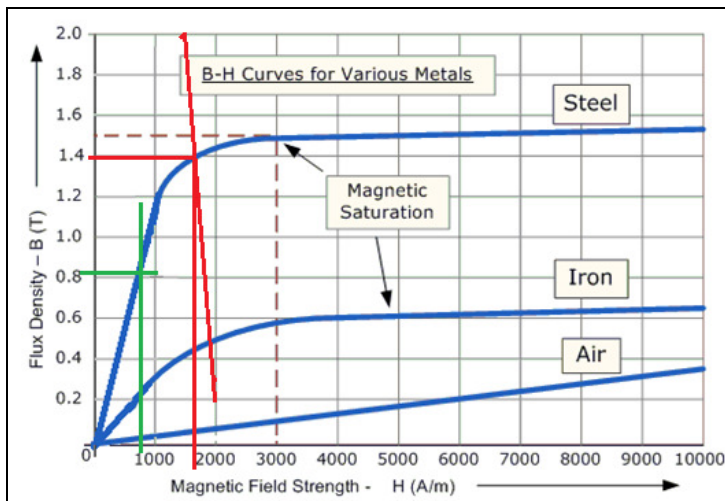


$$\begin{cases} B = 2 \Rightarrow H = 1418 \\ H = 2000 \Rightarrow B = 0.25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = 1.4 \text{ T} \\ H = 1660 \text{ A/m} \end{cases}$$

c)

Resolução:



O campo magnético, H , de funcionamento pretendido é de $1660/2$ (830 A/m) ao que corresponde de acordo com a curva de magnetização do aço a densidade de fluxo magnético, B , de 0.82 T.

como:

$$2500 = (125 \times 10^{-2} - l_g) H + 796 \times 10^3 l_g B$$

vem:

$$2500 = (125 \times 10^{-2} - l_g) 830 + 796 \times 10^3 l_g 0.82$$

$$2500 = 1038 + 652 \times 10^3 l_g$$

$$1463/652 \times 10^3 = l_g$$

$$l_g = 2.24 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Resposta: $l_g = 2.24 \text{ mm}$